

Manual for wxMaxima tilpasset R2

Om wxMaxima

wxMaxima er en utvidet kalkulator som i tillegg til å regne ut alt en vanlig kalkulator kan regne ut, også regner symbolsk. Det vil si at den kan forenkle uttrykk, faktorisere uttrykk, løse likninger og mye mer. Programmet er gratis og kan lastes ned fra nettsiden

<http://maxima.moglestu.com>

I motsetning til programmet GeoGebra, må programmet installeres på maskinen det kjører på.

Innhold

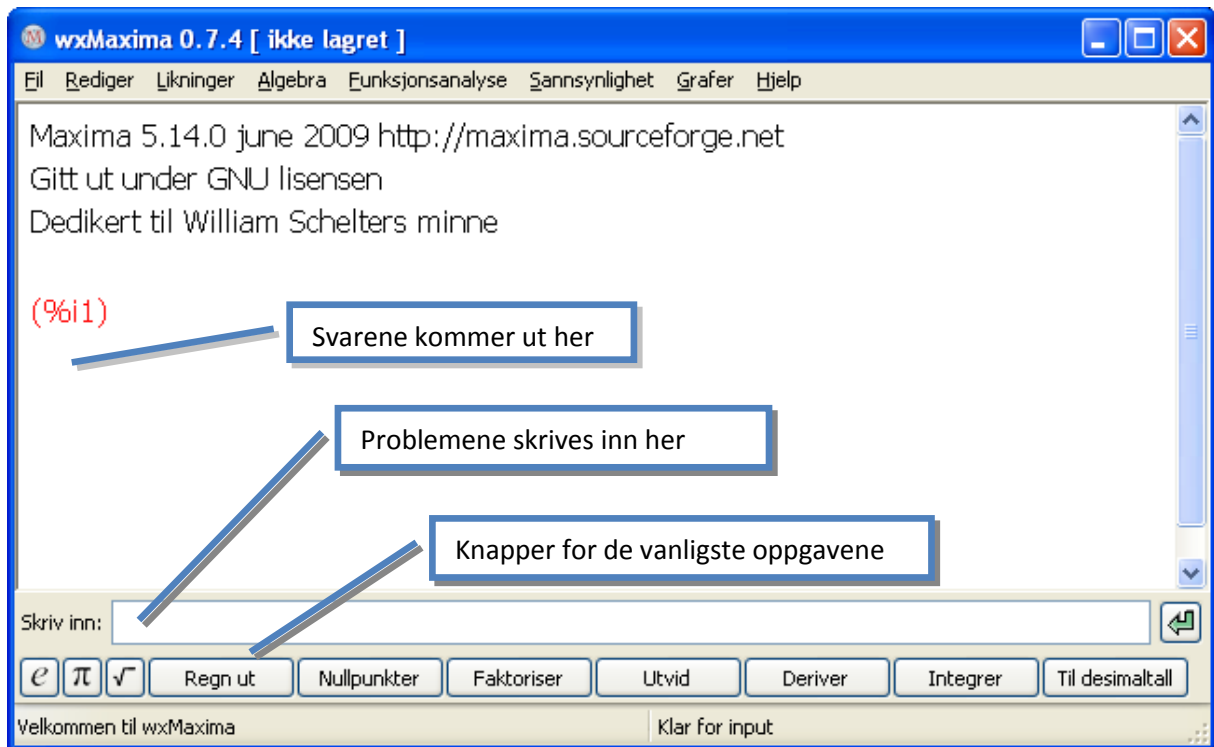
Om wxMaxima.....	1
Kom i gang med wxMaxima	2
Hva er riktig notasjon?	2
Integralregning	3
Trigonometri.....	3
Vektorregning.....	5
Romgeometri.....	7
Følger og rekker.....	9
Differensiallikninger	11

Kom i gang med wxMaxima

NB! For en mer grunnleggende opplæring i wxMaxima, se manualen for faget 1T.

Etter at wxMaxima er installert på maskinen, kan du som regel starte det opp fra skrivebordet. Se etter ikonet med navnet *wxMaxima*. Dersom du ikke finner det på skrivebordet, vil du finne det i Start-menyen.

Når du starter wxMaxima, får du opp dette vinduet:



Hva er riktig notasjon?

Stort sett skrives problemene inn akkurat slik de skrives for hånd, men som på kalkulatorer, er det noen forskjeller. Her er de viktigste:

Vanlig notasjon	Notasjon i wxMaxima	Kommentar
x^2	<code>x^2</code>	Tegnet <code>^</code> betyr <i>opphøyd i</i>
$3x$	<code>3*x</code>	Vi kan aldri sløyfe gangetegnet i wxMaxima
3,14	<code>3.14</code>	Desimaltall må skrives med punktum
$\pi \approx 3.142$	<code>%pi</code>	Spesielle symboler begynner med tegnet <code>%</code>
$e \approx 2.718$	<code>%e</code>	Spesielle symboler begynner med tegnet <code>%</code>
$\sqrt[5]{x^7}$	<code>x^(7/5)</code>	Røtter skrives på potensform
$\lg x$	<code>lg(x)</code>	I wxMaxima må man alltid ha med parentesene
$\ln x$	<code>log(x)</code>	Naturlige logaritmer skrives <code>log</code> , ikke <code>ln</code> .

Noen likninger har *komplekse løsninger*. For å se disse, må man skru på komplekse løsninger i konfigurasjonen. Velg *Rediger* → *Konfigurer* og kryss av *Vis komplekse løsninger*.

Integralregning

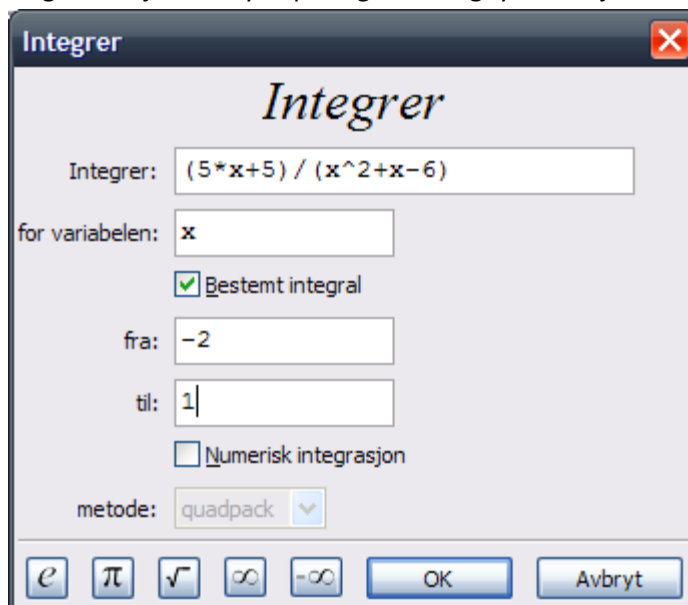
Maxima løser alle integraler som gjennomgås i R2. Integrasjonsmetoder som delbrøksoppspalting, variabelskifte og delvis integrasjon utføres automatisk, så man trenger ikke gjøre noe spesielt for å løse disse.

Finn integralene i wxMaxima

- a) $\int \frac{5x+5}{x^2+x-6} dx$
b) $\int_{-2}^1 \frac{5x+5}{x^2+x-6} dx$

Løsning:

- a) Skriv inn: $(5*x+5) / (x^2+x-6)$
Trykk *Integrer*. wxMaxima svarer: $2 \ln(x + 3) + 3 \ln(x - 2)$
b) Bestemte integraler må løses via menyen:
1) Velg "Funksjonsanalyse | Integrer ..." og fyll inn skjemaet slik:



- 2) wxMaxima svarer $-\ln(4)$

Trigonometri

wxMaxima har svært god støtte for å regne med trigonometriske uttrykk og likninger.

Løs følgende oppgaver i wxMaxima

- a) Løs likningen $\sin(3x) = 0.5$
b) Løs likningen $5 \sin^2(x) - \cos(x) \sin(x) - 2 \cos^2(x) = 4$
c) Skriv $\sqrt{3} \sin(2x) - \cos(2x)$ som et sinusuttrykk
d) Utvid uttrykket $4 \sin(3x + \frac{\pi}{3})$
e) Deriver uttrykket $f(x) = x^2 \cos(\pi x + 5)$
f) Finn sinusuttrykket som passer best med målingene i tabellen til høyre

x	0	3	6	9	12	15
y	3	9	23	38	44	37

Løsning:

a) Løs likningen $\sin(3x) = 0.5$

1) Skriv inn: $\sin(3*x) = 0.5$

2) Trykk *Regn ut*.

3) wxMaxima svarer: $x = \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}, x = \frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}$

b) Løs likningen $5 \sin^2(x) - \cos(x) \sin(x) - 2 \cos^2(x) = 4$

1) Skriv inn: $5*\sin(x)^2 - \sin(x)*\cos(x) - 2*\cos(x)^2 = 4$

2) Trykk *Regn ut*.

3) wxMaxima svarer: $x = \tan^{-1}(3) + \pi n, x = -\tan^{-1}(2) + \pi n$

4) Trykk *Til desimaltall* for å få svarene som avrundede desimaltall.

c) Skriv $\sqrt{3} \sin(2x) - \cos(2x)$ som et sinusuttrykk

1) Skriv inn: $3^{(1/2)}*\sin(2*x) - \cos(2*x)$

2) Trykk *Regn ut*

3) wxMaxima svarer: $2 \sin(2x - \frac{\pi}{6})$

d) Utvid uttrykket $4 \sin(3x + \frac{\pi}{3})$

1) Skriv inn: $4*\sin(3*x + \pi/3)$

2) Trykk *Utvid*

3) wxMaxima svarer: $2 \sin(3x) + 2\sqrt{3} \cos(3x)$

e) Deriver uttrykket $f(x) = x^2 \cos(\pi x + 5)$

1) Skriv inn: $x^2*\cos(\pi*x+5)$

2) Trykk *Deriver*

3) wxMaxima svarer: $2x \cos(\pi x + 5) - \pi x^2 \sin(\pi x + 5)$

f) Finn sinusuttrykket som passer best med målingene i tabellen

1) Velg "Funksjonsanalyse | Regresjon..."

2) Skriv inn x-verdier: 0 3 6 9 12 15

3) Skriv inn y-verdier: 3 9 23 38 44 37

4) Velg Tilpass til: $y = a \sin(bx + c) + d$

5) wxMaxima svarer: $y = 20.4 \sin(0.268x - 1.62) + 23.4$

Vektorregning

Maxima er god på vektorregning, bl.a. ren vektorregning, lengden av en vektor, skalarprodukt, vektorprodukt, vinkel mellom vektorer og determinanter.

Regn ut i wxMaxima

- $[1,3,5] + 3 \cdot [4,5,2]$
- $[2,3,4] \times [3,4,5]$
- Trekk sammen $6 \left(\frac{2}{3} \vec{a} + \frac{3}{2} \vec{b} \right)$
- Finn lengden av vektoren $[3, 5, 7]$
- Finn vinkelen mellom vektorene $[4, 5, 2]$ og $[3, -2, 1]$
- Bestem a, b og c slik at $[a + 2, b - 1, 2c] = [c + 1, c - 3, 3c - 3]$
- Undersøk om vektorene $[143, 77, 33]$ og $[39, 21, 9]$ er parallelle
- Undersøk om vektorene $[143, 77, 33]$ og $[71, 36, 17]$ er parallelle
- Finn tallene x og y slik at $(x - 1) \vec{a} + y \vec{b} = 2 \vec{b} - x \vec{a}$
- Bestem a slik at skalarproduktet $[, 5, 3] \cdot [7, 11, 5] = 0$
- Regn ut volumet av parallellepipedet utspent av vektorene $[2,3,4]$, $[1,3,5]$ og $[2,6,1]$

Løsning:

- Skriv inn: $[1, 3, 5] + 3 * [4, 5, 2]$. wxMaxima svarer: $[13, 18, 11]$
- Regn ut $[2, 3, 4] \times [3, 4, 5]$
 - Velg "Algebra | Vektorprodukt..."
 - Skriv inn: $[2, 3, 4]$ og $[3, 4, 5]$
 - wxMaxima svarer $[-1, 2, -1]$
- Skriv inn: $6 * (2/3 * a + 3/2 * b)$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $9b + 4a$
- Velg *Lengden til en vektor* fra menyen *Algebra* og fyll ut skjemaet slik:



wxMaxima svarer $\sqrt{83}$

- e) Velg *Vinkelen mellom to vektorer* fra menyen *Algebra* og fyll ut skjemaet slik:

wxMaxima svarer: 80.83.

- f) Skriv inn: $[a+2, b-1, 2*c]=[c+1, c-3, 3*c-3]$ og trykk *Regn ut*.

wxMaxima svarer: $a = 2, b = 1, c = 3$

- g) Skriv inn: $t*[143, 77, 33]=[39, 21, 9]$ og trykk *Regn ut*.

wxMaxima svarer: $= \frac{3}{11}$ så vektorene er parallelle hvis $t = \frac{3}{11}$.

- h) Skriv inn: $t*[143, 77, 33]=[71, 36, 17]$ og trykk *Regn ut*.

wxMaxima finner ingen løsning, så vektoren kan ikke være parallelle.

- i) Skriv inn: $[x-1, y]=[-x, 2]$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $x = \frac{1}{2}, y = 2$

- j) Velg *Skalarprodukt* fra menyen *Algebra* og fyll ut skjemaet slik:

wxMaxima svarer: $7a + 70$. Men skalarproduktet skulle være null, så vi skriver inn $7*a+70=0$ og trykker *Regn ut*. wxMaxima svarer $a = -10$.

Alternativt kan vi skrive inn skalarproduktet direkte. Det skrives som et punktum slik:

$[a, 5, 3] \cdot [7, 11, 5]=0$ Vi trykker på *Regn ut*, og får direkte at $a = -10$

- k) Regn ut volumet av parallellepipedet utspent av vektorene $[2,3,4]$, $[1,3,5]$ og $[2,6,1]$

1. Velg "Algebra | Skriv inn matrise..."

2. Velg 3 rader og 3 kolonner

3. Fyll inn en vektor på hver rad slik $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$

4. Velg "Algebra | Determinant"

5. wxMaxima svarer -27, men volumet er gitt ved absoluttverdien, så volumet er 27

Romgeometri

De fleste oppgaver innen romgeometrien egner seg best å gjøre for hånd, men wxMaxima kan brukes til å løse noen oppgaver:

- a) Finn planet gjennom punktene $(2,3,4)$, $(1,3,5)$ og $(2,6,1)$
- b) Finn skjæringspunktet mellom kula $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 9$ og linja l som er gitt

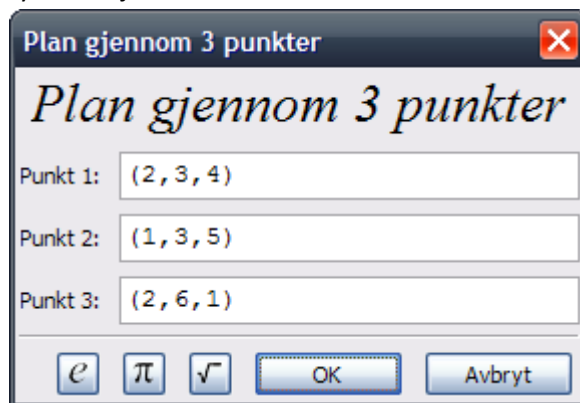
$$\text{ved parameterfremstillingen } l: \begin{cases} x = -3 - 3t \\ y = -5 - 3t \\ z = 10 + 4t \end{cases}$$

- c) Tegn de geometriske objektene i b) i rommet.

Løsning

- a) Finn planet gjennom punktene $(2,3,4)$, $(1,3,5)$ og $(2,6,1)$

- 1) Velg "Algebra | Plan gjennom tre punkter..."
- 2) Fyll inn skjemaet slik:



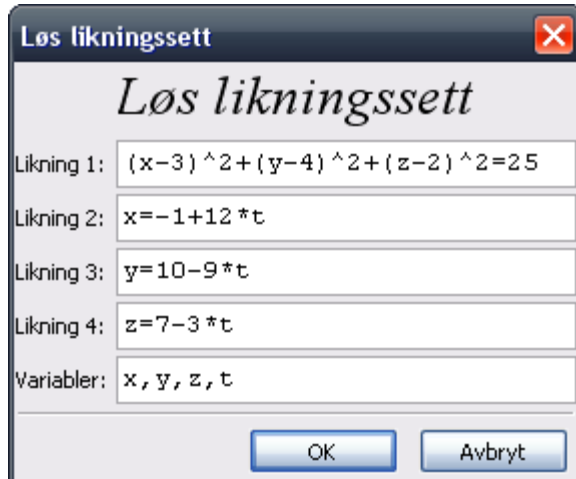
- 3) Du får svaret $z = -y - x + 9$.
- 4) Flytter du x og y over på andre siden, får du likningen $z + y + x = 9$

- b) Finn skjæringspunktet mellom kula $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$ og linja l som er

gitt ved parameterfremstillingen $l: \begin{cases} x = -1 + 12t \\ y = 10 - 9t \\ z = 7 - 3t \end{cases}$

- 1) Vi kan sette uttrykkene for x , y og z inn i likningen for kula, og be maxima løse denne likningen for oss, men det aller enkleste er å observere at vi har fire likninger med fire ukjente. Vi ber derfor maxima løse dette likningssettet
- 2) Velg "Likninger | Løs likningssett..."

3) Velg 4 likninger. Fyll ut skjemaet slik:



Løs likningssett

Likning 1: $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$

Likning 2: $x = -1 + 12 \cdot t$

Likning 3: $y = 10 - 9 \cdot t$

Likning 4: $z = 7 - 3 \cdot t$

Variabler: x, y, z, t

OK Avbryt

4) Du får to svar:

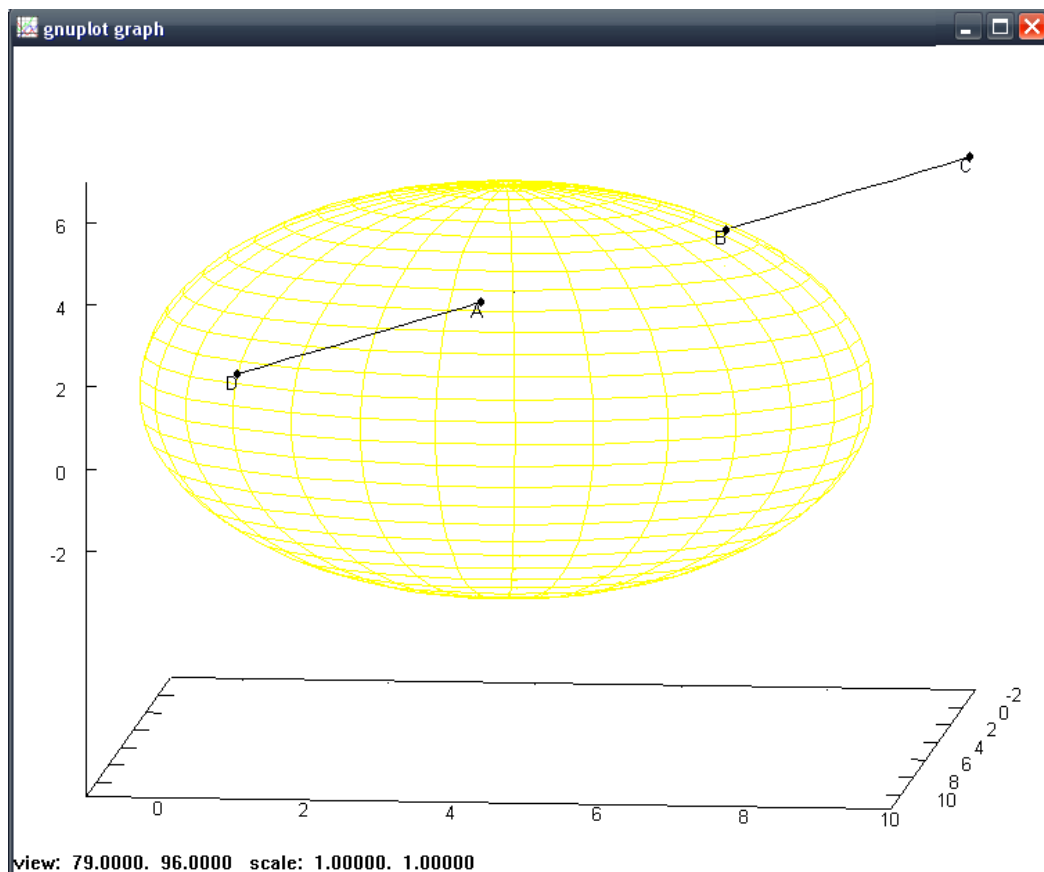
- $x = 7, y = 4, z = 5, t = 2/3$
- $x = 3, y = 7, z = 6, t = 1/3$

De to svarene er de to punktene linja skjærer gjennom kula. Vi får altså både vite t -verdiene og (x,y,z) -verdiene.

c) Tegn de geometriske objektene i b) i rommet.

- 1) Vi kaller de to skjæringspunktene vi har funnet for $A(7,4,5)$ og $B(3,7,6)$
- 2) Hvis vi velger $t = 0$ og $t = 1$, ser vi av parameterfremstillingen for l at linja går gjennom punktene $C(-1,10,7)$ og $D(11,1,4)$
- 3) Vi ser også at kula går gjennom punktet $E(3,4,2)$ og har radius 5.
- 4) Velg "Grafer | Romgeometri"
- 5) Fyll inn de fem aktuelle punktene: A:(7, 4, 5), B: (3, 7, 6), C: (-1, 10, 7), D: (11, 1, 4), E:(3, 4, 2) .
- 6) Velg a: C-D Linjestykke (dvs: tegn et linjestykke mellom punktene C og D)
- 7) Velg Kule med radius 5 og sentrum i punktet E.

8) Vi får:



Vi kan rotere figuren, og ser da at punktene A, B, C og D ligger på samme rette linje, og at punktene A og B ligger på skjæringspunktet mellom kula og linja akkurat slik vi har regnet ut. Dette er en god indikasjon på at oppgaven er løst riktig.

Følger og rekker

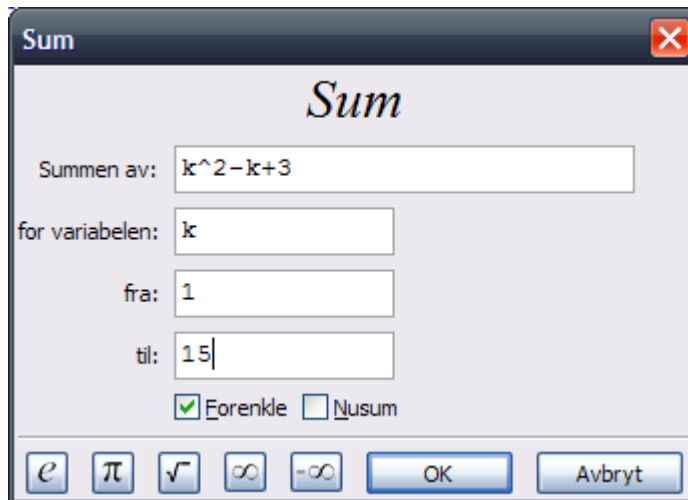
wxMaxima er god til å regne på følger og rekker. Her følger noen eksempler som kan løses med wxMaxima:

- $a_k = k^2 - k + 3$. Finn summen av de 15 første leddene
- $a_k = k^2 - k + 3$. Finn en formel for summen av de n første leddene
- Gitt $a_i = 3a_{i-1} + 2$ og $a_2 = 5$. Finn a_{15}

Løsning:

a) $a_k = k^2 - k + 3$. Finn summen av de 15 første leddene

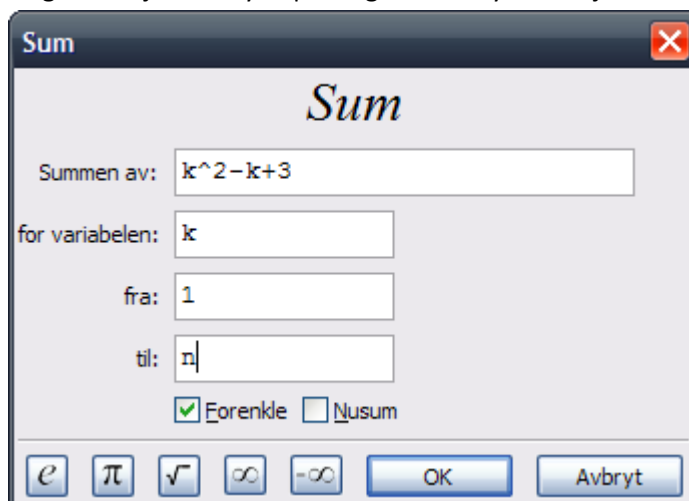
1) Velg "Funksjonsanalyse | Beregn sum". Fyll ut skjemaet slik:



2) wxMaxima svarer 1165

b) $a_k = k^2 - k + 3$. Finn en formel for summen av de n første leddene

1) Velg "Funksjonsanalyse | Beregn sum". Fyll inn skjemaet slik:



2) Trykk på knappen *Regn ut*

3) wxMaxima svarer: $\frac{n^3 + 8n}{3}$

c) Gitt $a_i = 3a_{i-1} + 2$ og $a_2 = 5$. Finn a_{15}

1) Vi kan definere rekursive formler i wxMaxima omtrent som funksjoner. Vi må bare bruke firkantparenteser i stedet for vanlige parenteser. I tillegg må alle rekursive formler ha en kjent verdi, i dette tilfellet $a_2 = 5$.

2) Skriv inn: `a[i]:=3*a[i-1]+2`

- 3) Skriv inn: a [2] : 5
- 4) Skriv inn: a [15]
- 5) wxMaxima svarer: 9565937

Differensiallikninger

Differensiallikninger er svært godt dekket i maxima. Maxima finner både generelle og spesielle løsninger av difflikninger, og tegner i tillegg retningsdiagrammer.

Løs følgende oppgaver i wxMaxima

- a) Finn den generelle løsningen til difflikningen $y'' - 0.3y' - 0.1y = 0$
- b) Finn den spesielle løsningen til difflikningen $y'' - 0.3y' - 0.1y = 0$ når vi vet at
 $y = 2$ når $x = 0$
 $y' = 0$ når $x = 0$
- c) Gitt difflikningen $y' + xy = 2$. Tegn retningsdiagram for problemet og tegn inn den løsningen som går gjennom punktet (2,2)
- d) Finn den logistiske funksjonen som passer best med målingene til høyre, og bruk dette til å finne $f(20)$.

x	0	2	4	6	8	14
y	5	10	17	23	31	44

Løsning:

a) Finn den generelle løsningen til difflikningen $y'' - 0.3y' - 0.1y = 0$

- 1) Velg "Likninger | Løs difflikning".
- 2) Skriv inn: $y'' - 0.3y' - 0.1y = 0$. Skjemaet skal nå se slik ut:

Løs difflikning

Løs difflikning

Likning: $y'' - 0.3y' - 0.1y = 0$

Funksjon: y

Variabel: x

Startverdi

I punktet: $x =$ er verdien: $y =$

Ekstra randverdi (for 2. ordens likninger)

I punktet: $x =$ er verdien: $y =$

Ekstra initialverdi (for 2. ordens likninger)

Den deriverte er:

e π $\sqrt{\quad}$ y' y'' OK Avbryt

3) wxMaxima svarer: $y = \%k1\%e^{x/2} + \%k2\%e^{-x/5}$

i R2 bruker vi C i stedet for %k1, D i stedet for %k2 og e i stedet for %e, altså

$$y = Ce^{\frac{x}{2}} + De^{-\frac{x}{5}}$$

b) Finn den spesielle løsningen til difflikningen $y'' - 0.3y' - 0.1y = 0$ når vi vet at

$$y = 2 \text{ når } x = 0$$

$$y' = 0 \text{ når } x = 0$$

- 1) Velg "Likninger | Løs difflikning"
- 2) Skriv inn: $y'' - 0.3y' - 0.1y = 0$
- 3) Kryss av for startverdi
- 4) Fyll inn $x = 0$ og $y = 2$
- 5) Kryss av for Ekstra initialverdi
- 6) Fyll inn tallet 0 (Her fyller du inn hva den deriverte er for samme x-verdi som over.)

7) Skjemaet skal nå se slik ut:

Løs difflikning

Løs difflikning

Likning: $y'' - 0.3*y' - 0.1*y = 0$

Funksjon: y

Variabel: x

Startverdi

I punktet: $x=0$ er verdien: $y=2$

Ekstra randverdi (for 2. ordens likninger)

I punktet: $x=$ er verdien: $y=$

Ekstra initialverdi (for 2. ordens likninger)

Den deriverte er: 0

e π $\sqrt{\quad}$ y' y'' OK Avbryt

8) Trykk OK

9) wxMaxima svarer

$$y = \frac{4}{7}e^{\frac{x}{2}} + \frac{10}{7}e^{-\frac{x}{5}}$$

altså samme løsning som i forrige oppgave, men nå har vi bestemt C og D .

c) Gitt difflikningen $y' + xy = 2$. Tegn retningsdiagram for problemet og tegn inn den løsningen som går gjennom punktet $(2,2)$

1) Vi løser med hensyn på y' ved å flytte over på andre siden:

2) $y' = 2 - xy$

3) Velg "Grafer | Retningsdiagram"

4) Derivert: $2 - x*y$

5) Kryss av "Tegn integralkurve"

6) Fyll inn: gjennom: $(2,2)$

7) Skjemaet skal nå se slik ut:

Retningsdiagram

Derivert: $2-x*y$

Variabel: x fra: -5 til: 5

Variabel: y fra: -10 til: 10

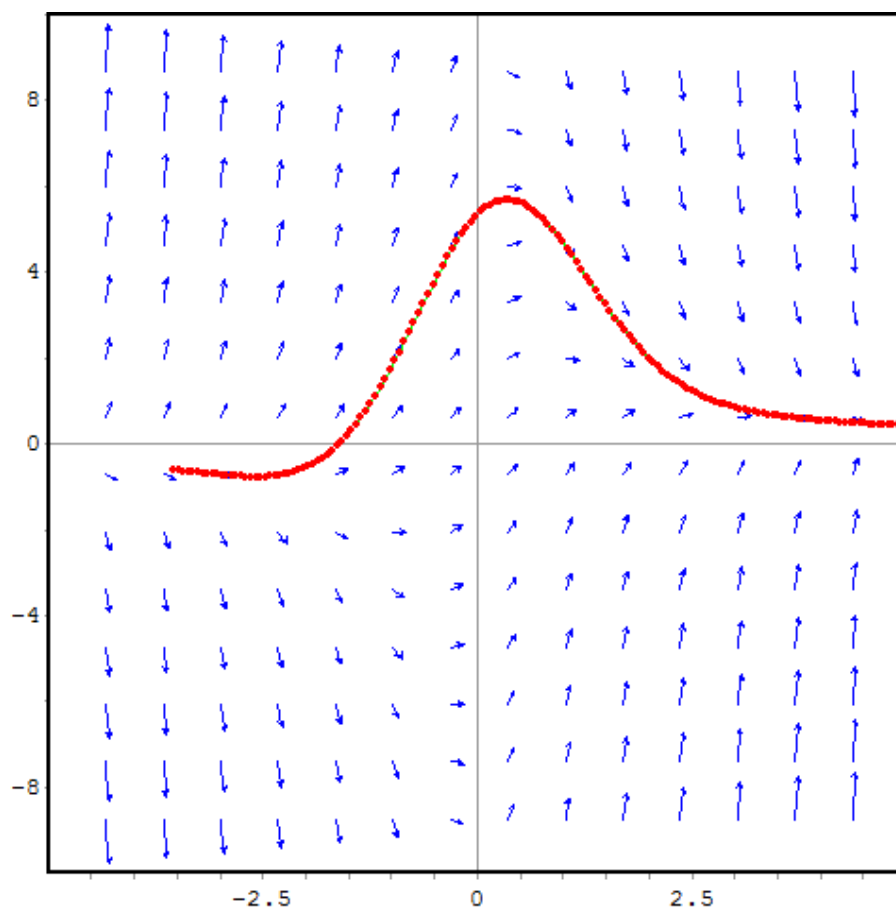
Tegn integralkurve

gjennom: (2 , 2)

Punkter: 100

e π $\sqrt{\quad}$ OK Avbryt

8) Vi trykker OK, og får løsningen:



d) Finn den logistiske funksjonen som passer best med målingene, og bruk dette til å finne $f(20)$.

1) Velg "Funksjonsanalyse | Regresjon"

2) Fyll inn skjemaet slik:

Regresjon

Regresjon

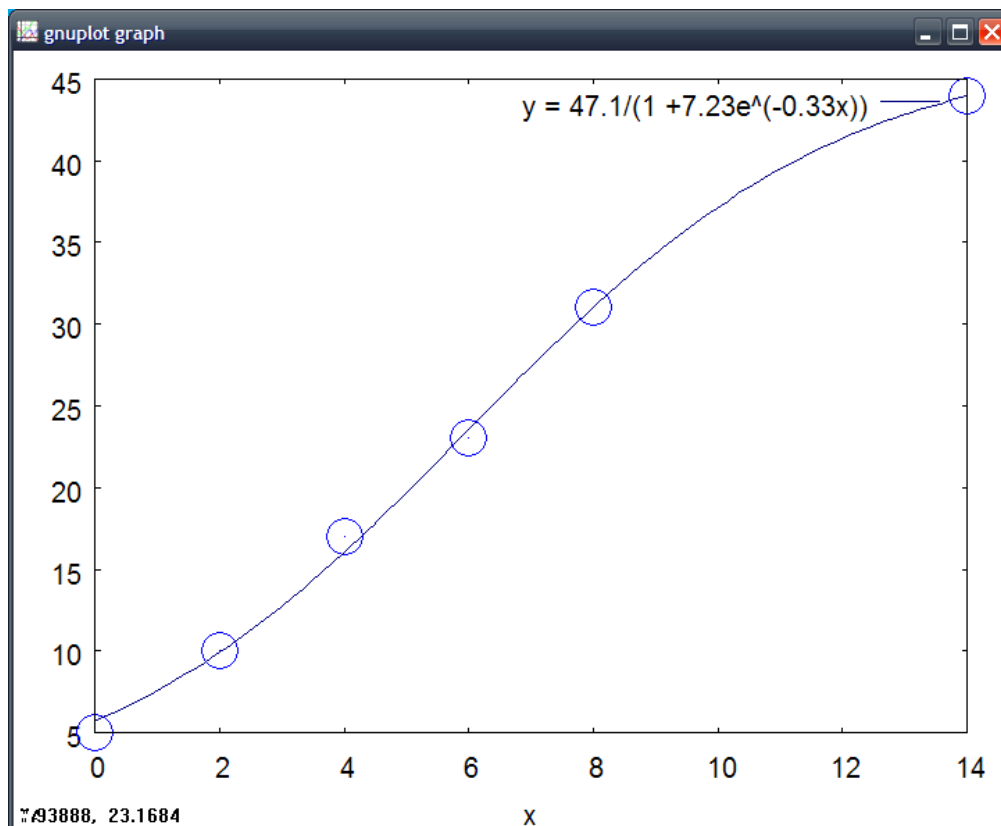
x-verdier: 0 2 4 6 8 14

y-verdier: 5 10 17 23 31 44

tilpass til: $y = c/(1 + ae^{(-bx)})$

OK Avbryt

3) wxMaxima svarer:



4) Lukk grafen.

5) wxMaxima definerer automatisk funksjonen $f(x)$ slik at den passer til målingene. For å finne $f(20)$, skriv $f(20)$ og trykk *Enter*. wxMaxima svarer 46.5953