

wxMaxima



Brukermanual for Matematikk 1T

Bjørn Ove Thue

Om wxMaxima

wxMaxima er en utvidet kalkulator som i tillegg til å regne ut alt en vanlig kalkulator kan regne ut, også regner symbolsk. Det vil si at den kan forenkle uttrykk, faktorisere uttrykk, løse likninger og mye mer. Programmet er gratis og kan lastes ned fra nettsiden

<http://maxima.moglestu.com>

I motsetning til programmet Geogebra, må programmet installeres på maskinen det kjører på.

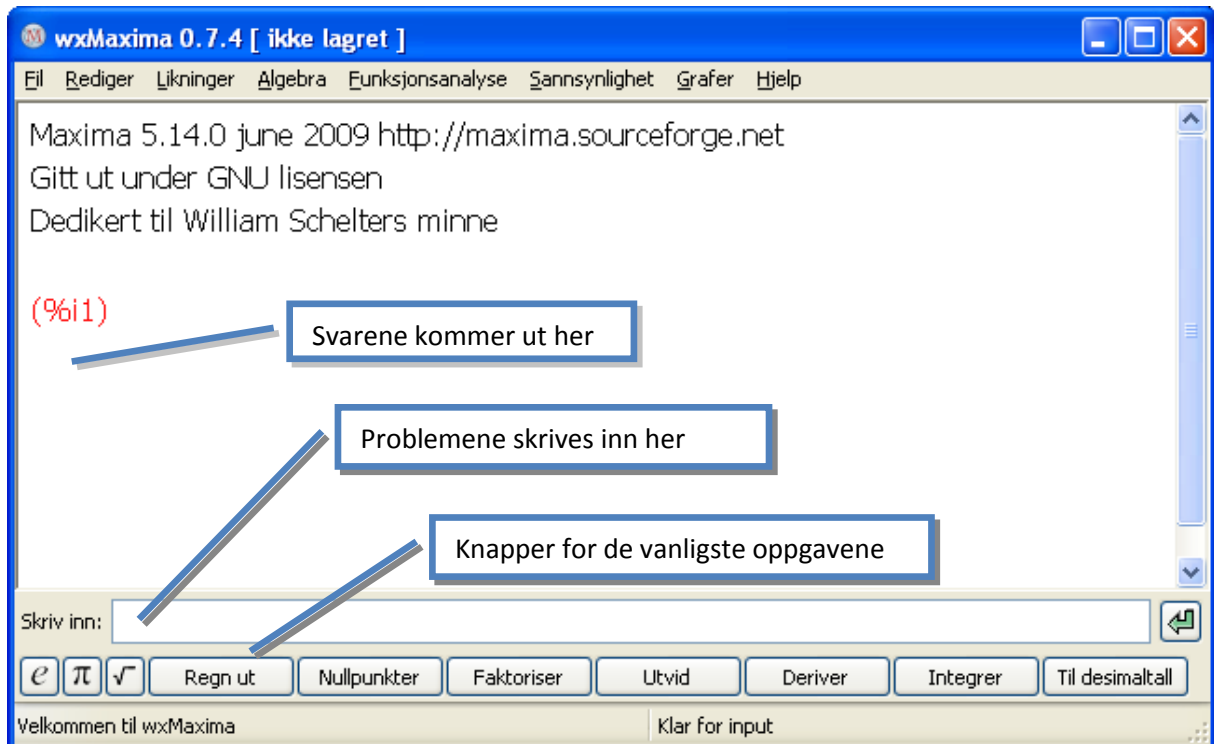
Innhold

Om wxMaxima.....	1
Kom i gang med wxMaxima	3
Hva er riktig notasjon?	3
Forenkle uttrykk	4
Forenkle uttrykk med potenser og røtter	4
Faktorisere uttrykk	5
Likninger	5
Løse likninger steg for steg.....	5
Andregradslikninger	6
Likningssett.....	7
Ulikheter	7
Løse ulikheter steg for steg	7
Andregradsulikheter.....	8
Logaritmer	9
Trigonometri.....	9
Lineær regresjon.....	10
Grenseverdier.....	11
Derivasjon.....	12
Funksjonsdrøfting.....	12

Kom i gang med wxMaxima

Etter at wxMaxima er installert på maskinen, kan du som regel starte det opp fra skrivebordet. Se etter ikonet med navnet wxMaxima. Dersom du ikke finner det på skrivebordet, vil du finne det i Start-menyen.

Når du starter wxMaxima, får du opp dette vinduet:



Øverst i vinduet finner du en meny der du får tilgang til alle operasjoner i 1T, R1 og R2 som støttes av wxMaxima. Svarene på utregningene vil komme opp i det store hvite feltet. Under dette feltet, finner du et felt der man kan skrive inn matematiske problemer. Dette kan være uttrykk, likninger m.m. Helt nederst finner du en knapperad for de mest brukte operasjonene.

Hva er riktig notasjon?

Stort sett skrives problemene inn akkurat slik de skrives for hånd, men som på kalkulatorer, er det noen forskjeller. Her er de viktigste:

Vanlig notasjon	Notasjon i wxMaxima	Kommentar
x^2	<code>x^2</code>	Tegnet ^ betyr <i>opphøyd i</i>
3,14	<code>3.14</code>	Desimaltall må skrives med punktum
π	<code>%pi</code>	Spesielle symboler begynner med tegnet %
$\sqrt[5]{x^7}$	<code>x^(7/5)</code>	Røtter skrives på potensform
$\lg x$	<code>lg(x)</code>	I wxMaxima må man alltid ha med parentesene
$\sin x$	<code>Sin(x)</code>	Stor forbokstav
$\sin^{-1} x$	<code>Asin(x)</code>	Stor forbokstav

NB! De fleste eksemplene krever nyeste versjon av wxMaxima (august 2010-versjonen)

Forenkle uttrykk

Maxima er svært godt egnet til å forenkle uttrykk. La oss ta noen eksempler fra pensum:

Forenkle uttrykkene i wxMaxima

a) $-(-2)^3 + 3(17 - 4^2)$

b) $\frac{5a}{8} : \frac{15}{4a}$

c) $\left(\frac{5}{6} - \frac{2}{9}\right) \frac{5}{3}$

d) $\frac{x+2}{2x} - \frac{2x-1}{3x}$

De tre første uttrykkene vil wxMaxima forenkle direkte. Bare skriv inn uttrykket, og svaret kommer opp ferdig forenklet. Det siste uttrykket forenkles ikke med mindre du klikker på knappen *Regn ut*. NB! Legg merke til at vi må være nøye med å skrive inn parenteser for at wxMaxima skal vite hva som skal være i teller og nevner.

Løsning:

a) Skriv inn: $-(-2)^3 + 3(17 - 4^2)$ wxMaxima svarer: 11

b) Skriv inn: $(5a/8) / (15 / (4a))$ wxMaxima svarer: $\frac{a^2}{6}$

c) Skriv inn: $(5/6 - 2/9) * 5/3$ wxMaxima svarer: $\frac{55}{54}$

d) Skriv inn: $(x+2) / (2x) - (2x-1) / (3x)$ og trykk på knappen *Regn ut*.
wxMaxima svarer: $-\frac{x-8}{6x}$

Forenkle uttrykk med potenser og røtter

Maxima er også svært godt egnet til å forenkle uttrykk som inneholder potenser og røtter, men røtter må skrives på potensform. For eksempel er:

- $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ på potensform, og skrives derfor $x^{(1/2)}$
- $\sqrt{x^5} = x^{\frac{5}{2}}$ på potensform, og skrives derfor $x^{(5/2)}$
- $\sqrt[7]{x^5} = x^{\frac{5}{7}}$ på potensform, og skrives derfor $x^{(5/7)}$

Forenkle uttrykkene i wxMaxima

a) 3^{-5}

b) $\frac{(a^3 b^4)^{-2}}{(a^{-4} b^{-3})^3}$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{2^3}$

d) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a}$

Løsning:

a) Skriv inn: 3^{-5} wxMaxima svarer: $\frac{1}{243}$

b) Skriv inn: $(a^3 b^4)^{-2} / (a^{-4} b^{-3})^3$ wxMaxima svarer: $a^6 b$

c) Skriv inn: $2^{(1/2)} \cdot 2^{(3/6)}$ wxMaxima svarer: 2

d) Skriv inn: $a^{(1/3)} \cdot a^{(1/6)}$ wxMaxima svarer: \sqrt{a}

NB! De fleste eksemplene krever nyeste versjon av wxMaxima (august 2010-versjonen)

Faktoriser uttrykk

Det er svært enkelt å faktoriser uttrykk ved hjelp av wxMaxima. Skriv inn uttrykket du vil faktoriser, og trykk på knappen *Faktoriser*:

Faktoriser uttrykkene i wxMaxima hvis mulig

- a) $(a + 2)^2 + a$
- b) $a^2 - 9a + 8$
- c) $x^2 + 4x + 5$

Løsning:

- a) Skriv inn: $(a+2)^2+a$ og trykk *Faktoriser*. wxMaxima svarer: $(a + 1)(a + 4)$
- b) Skriv inn: a^2-9a+8 og trykk *Faktoriser*. wxMaxima svarer: $(a - 8)(a - 1)$
- c) Skriv inn: x^2+4x+5 og trykk *Faktoriser*. wxMaxima svarer: $x^2 + 4x + 5$. Det betyr at uttrykket ikke kan faktoriseres.

Likninger

Det er svært enkelt å løse likninger ved hjelp av wxMaxima. Skriv inn likningen du vil løse, og trykk på knappen *Regn ut*:

Løs likningene i wxMaxima

- a) $2(x - 2) = 3x - 5$
- b) $\frac{5}{x} - 2 = \frac{4}{x}$
- c) $ax + b = 4$
- d) $\frac{1}{t-3} + 3 = \frac{2}{t-3}$

Løsning:

- a) Skriv inn: $2(x-2)=3x-5$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $x = 1$
- b) Skriv inn: $5/x-2=4/x$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $x = \frac{1}{2}$
- c) Skriv inn: $ax+b=4$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $x = -\frac{b-4}{a}$
- d) Skriv inn: $1/(t-3)+3=2/(t-3)$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $t = \frac{10}{3}$

Løse likninger steg for steg

Det er også mulig å løse likninger steg for steg i wxMaxima. Da må man vite at tegnet % brukes til å symbolisere forrige svar.

Løs likningene steg for steg i wxMaxima

- a) $2(x - 2) = 4x - 5$
- b) $\frac{5}{x} - 2 = \frac{4}{x}$

Løsning:

- a) Oppgaven løses steg for steg slik

Operasjon i wxMaxima	wxMaxima svarer
Skriv inn: $2(x-2) = 4x-5$	$2(x-2) = 4x-5$
Trykk knappen <i>Utvid</i> for å få løst opp parentesen	$2x-4 = 4x-5$
Vi vil nå legge til 4 på begge sider av likningen. Skriv inn $\%+4$	$2x = 4x-1$
Vi vil nå trekke fra $4x$ fra begge sider av likningen. Skriv inn $\%-4*x$	$-2x = -1$
Vi vil nå dele med -2 på begge sider av likningen. Skriv inn $\%/-2$	$x = \frac{1}{2}$

- b) Oppgaven løses steg for steg slik

Operasjon i wxMaxima	wxMaxima svarer
Skriv inn: $5/x-2=4/x$	$\frac{5}{x}-2 = \frac{4}{x}$
Vi ganger med fellesnevner. Skriv inn $\%*x$	$\left(\frac{5}{x}-2\right)x = 4$
Vi løser opp parentesen ved å trykke på knappen <i>Utvid</i> .	$5-2x = 4$
Vi vil nå trekke fra 5 fra begge sider av likningen. Skriv inn $\%-5$	$-2x = -1$
Vi vil nå dele med -2 på begge sider av likningen. Skriv inn $\%/-2$	$x = \frac{1}{2}$

Andregradslikninger

Løs andregradslikningene i wxMaxima

- a) $x^2 = 2x$
b) $x^2 = 2x - 1$
c) $x^2 = 2x - 2$

Løsning:

- a) Skriv inn: $x^2=2x$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $x = 0, x = 2$
b) Skriv inn: $x^2=2x-1$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $x = 1$
c) Skriv inn: $x^2=2x-2$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: [], som betyr *ingen løsning*.
(Denne likningen har to *komplekse løsninger*. Hvis du vil, kan du be wxMaxima vise disse i konfigurasjonen, men dette er ikke pensum i 1T)

Likningssett

wxMaxima kan løse likninger med 2 eller flere ukjente. For å gjøre dette, må vi velge *Løs likningssett* i menyen *Likninger*. wxMaxima vil da spørre hvor mange likninger du har. I 1T har vi alltid 2 likninger.

Løs likningssettene i wxMaxima

a) $x - y = 24$
 $3x + 4y = 16$

b) $5s - 3 = 2t$
 $3t + 2 = 4s$

Løsning:

I begge tilfellene velger vi *Løs likningssett* i menyen *Likninger* og oppgir at vi har 2 likninger. I dialogboksen skriver vi inn de to likningene, og skriver inn variablene i det nederste feltet. Som oftest er disse variablene x og y , men de kan selvsagt også være andre symboler.

a) Skriv inn:
 $x - y = 24$
 $3x + 4y = 16$
og trykk OK. wxMaxima svarer: $x = 16, y = -8$

b) Skriv inn:
 $5s - 3 = 2t$
 $3t + 2 = 4s$
og velg variabler t, s . wxMaxima svarer: $t = \frac{2}{7}, s = \frac{5}{7}$

Ulikheter

For å løse ulikheter i wxMaxima, skriv inn ulikheten, og trykk på knappen *Regn ut*.

Løs ulikhetene i wxMaxima

a) $3x + 5 < 5x + 1$

b) $\frac{2-4x}{3} \geq \frac{2+x}{5} + 1$

Løsning:

a) Skriv inn: $3x+5<5x+1$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $x > 2$
b) Skriv inn: $(2-4x)/3 \geq (2+x)/5+1$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $x \leq -\frac{11}{23}$

Løse ulikheter steg for steg

Det er også mulig å løse ulikheter steg for steg i wxMaxima. Da må man vite at tegnet % brukes til å symbolisere forrige svar.

Løs ulikhetene steg for steg i wxMaxima

a) $2(x - 2) > 4x - 5$

b) $-\frac{1}{3}x - 2 \leq 4$

Løsning:

c) Oppgaven løses steg for steg slik

Operasjon i wxMaxima	wxMaxima svarer
Skriv inn: $2(x-2) > 4x-5$	$2(x-2) > 4x-5$
Trykk knappen <i>Utvid</i> for å få løst opp parentesen	$2x-4 > 4x-5$
Vi vil nå legge til 4 på begge sider av likningen. Skriv inn $\%+4$	$2x > 4x-1$
Vi vil nå trekke fra $4x$ fra begge sider av likningen. Skriv inn $\%-4*x$	$-2x > -1$
Vi vil nå dele med -2 på begge sider av likningen. Skriv inn $\%/-2$ (wxMaxima snur automatisk ulikhetstegnet).	$x < \frac{1}{2}$

d) Oppgaven løses steg for steg slik

Operasjon i wxMaxima	wxMaxima svarer
Skriv inn: $-1/3x-2 \leq 4$	$-\frac{x}{3}-2 \leq 4$
Vi legger til 2 på begge sider. Skriv inn $\%+2$	$-\frac{x}{3} \leq 6$
Vi vil nå gange med -3 på begge sider av likningen. Skriv inn $\%*-3$ (wxMaxima snur automatisk ulikhetstegnet)	$x \geq -18$

Andregradsulikheter

Løs ulikhetene i wxMaxima

a) $-3x^2 + 2 < 3x - 4$

b) $-2x^2 \geq -1$

Løsning:

a) Skriv inn: $-3x^2+2<3x-4$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $x < -2$ eller $x > 1$

b) Skriv inn: $-2x^2 \geq -1$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $x > -\frac{1}{\sqrt{2}}$ og $x < \frac{1}{\sqrt{2}}$

PS: Eldre versjoner av wxMaxima faktoriserer bare ulikhetene. Får du ikke svaret over, last ned siste versjon.

Logaritmer

Det finnes flere typer logaritmer, og wxMaxima foretrekker den *naturlige logaritmen*. Dette er en logaritme som bruker tallet $e \approx 2.718$ som grunntall i stedet for tallet 10 som grunntall. Logaritmer med grunntall 10 kaller wxMaxima for *lg*, mens naturlige logaritmer kalles *ln* eller *log*. I noen tilfeller vil wxMaxima velge å gi svaret som *ln* i stedet for *lg*.

Løs likningene i wxMaxima

a) $3^x = 8$

b) $9 \cdot 2^x = 3 \cdot 4^x$

c) $\lg(3x + 2) = 5\lg(2)$

d) $(\lg t)^2 + 1 = 2\lg t$

Løsning:

a) Skriv inn: $3^x=8$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $x = \frac{3 \ln(2)}{\ln(3)} \left(= \frac{3 \lg(2)}{\lg(3)} \right)$

b) Skriv inn: $9 \cdot 2^x=3 \cdot 4^x$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $x = \frac{\ln(3)}{\ln(2)} \left(= \frac{\lg(3)}{\lg(2)} \right)$

c) Skriv inn: $\lg(3x+2)=5\lg(2)$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $x = 10$

d) Skriv inn: $\lg(t)^2+1=2\lg(t)$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer: $t = 10$

Trigonometri

I 1T vil du få bruk for funksjonene $\sin(x)$, $\cos(x)$ og $\tan(x)$. Legg merke til at disse skrives med stor forbokstav. Det finnes også tilsvarende funksjoner med liten forbokstav, men for å bruke disse må vinklene måles i radianer, og ikke i grader. I 1T bruker vi derfor bare funksjonene med stor forbokstav. Det finnes også tre funksjoner for å finne inversen til sinus, cosinus og tangens. Disse heter $\text{Asin}(x)$, $\text{Acos}(x)$ og $\text{Atan}(x)$.

Regn ut i wxMaxima

a) $\sin(15^\circ)$

b) $\cos(150^\circ)$

c) $\sin(v) = 0.5$

d) $\frac{\sin B}{5} = \frac{\sin 45^\circ}{4}$

Løsning:

a) Skriv inn: $\sin(15)$ og trykk *Til desimaltall*. wxMaxima svarer: 0.2588

b) Skriv inn: $\cos(150)$. wxMaxima svarer: $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) Skriv inn: $\sin(v)=0.5$ og trykk *Regn ut*.

wxMaxima svarer: $v = 360n + 30, v = 360n + 150$

Trigonometriske likninger har som regel uendelig mange løsninger. Men i 1T ser vi bare på de løsningene som ligger mellom 0° og 180° . For å finne disse, setter vi $n = 0$. Vi får da $v = 30, v = 150$.

d) Skriv inn $\sin(B)/5=\sin(45)/4$ og trykk *Regn ut* og *Til desimaltall*.

wxMaxima svarer : $B = 360n + 117.886, B = 360n + 62.1144$, men igjen lar vi $n = 0$ slik at $B = 117.886, B = 62.1144$

Lineær regresjon

For å finne den rette linja som passer best til et sett x - og y -verdier, velg *Regresjon* fra menyen *Funksjonsanalyse*. Du vil automatisk få en funksjon $f(x)$ som du senere kan bruke til å regne ut punkter på grafen.

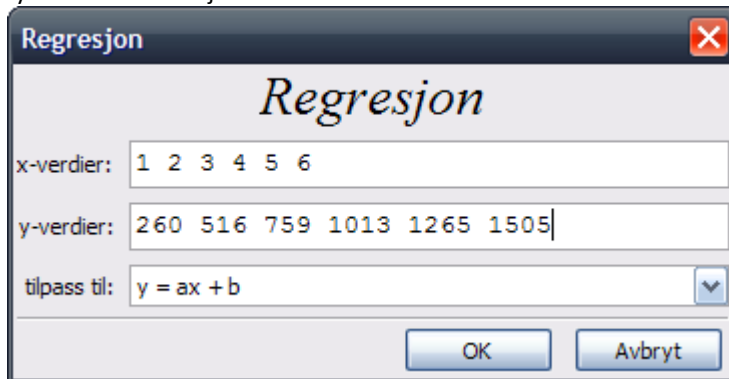
Tabellen under viser antall meter en 3000 m-løper har tilbakelagt etter 1 minutt, 2 minutt osv.

Tid (min)	1	2	3	4	5	6
Avstand (m)	260	516	759	1013	1265	1505

- Finn den rette linja som best beskriver tilbakelagt avstand som funksjon av tid
- Bruk resultatet til å finne hvor løperen er etter 10 minutter
- Når kan vi vente løperen i mål?

Løsning:

- Fyll inn verdien i skjemaet slik:



wxMaxima svarer $y = 249x + 13.7$.

- NB! Du må lukke grafen før du kan fortsette å jobbe i wxMaxima. Skriv inn: $f(10)$. wxMaxima svarer: 2506.88. Løperen har tilbakelagt 2500 m.
- Skriv inn: $f(x) = 3000$ og trykk *Regn ut* og *Til desimaltall*. wxMaxima svarer: $x = 11.9779$. Vi kan vente løperen i mål etter 12 minutter.

For å avgjøre hvor godt den rette linja passer til målingene, er det vanlig å regne ut en verdi som ofte kalles "R-kvadrert". For å finne denne i wxMaxima, skriv inn `regErr(xlist, ylist, f)`

Grenseverdier

For å finne en grenseverdi, velg *Finn grenseverdi* fra menyen *Funksjonsanalyse*.

- Finn grenseverdien $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3}{2x - 2}$ i wxMaxima
- $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1$. Finn vekstfarten i punktet $x = 2$

Løsning:

- Fyll inn skjemaet slik:

Grenseverdi

Grenseverdi

Grenseverdien til: $(3x^2 - 3) / (2x - 2)$

når variabelen: x

nærmer seg: 1

fra: begge sider

Bruk Taylorrekker

e π $\sqrt{\quad}$ ∞ $-\infty$ OK Avbryt

wxMaxima svarer: 3

- Start med å definere funksjonen $f(x)$ ved å skrive $f(x) := 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1$
Fyll så inn skjemaet slik:

Grenseverdi

Grenseverdi

Grenseverdien til: $(f(2+h) - f(2)) / h$

når variabelen: h

nærmer seg: 0

fra: begge sider

Bruk Taylorrekker

e π $\sqrt{\quad}$ ∞ $-\infty$ OK Avbryt

wxMaxima svarer: 16

Derivasjon

Dersom du skal derivere et uttrykk med hensyn på x , kan du bare skrive inn uttrykket og trykke på knappen *Deriver*. Dersom du skal derivere med hensyn på en annen variabel enn x , finnes det to alternative metoder.

Deriver uttrykkene i wxMaxima

- a) $3x^3 - 5x^2 + 4$
- b) $4t^2 - \frac{5}{3}t + \frac{1}{3}$

Løsning:

- a) Skriv inn: $3x^3 - 5x^2 + 4$ og trykk *Deriver*. wxMaxima svarer: $9x^2 - 10x$
- b) Siden dette ikke er en funksjon av x , må vi først definere en funksjon:

Skriv først inn: $f(t) := 4t^2 - 5/3t + 1/3$ og trykk *Enter*.

Skriv så inn: $f'(t)$ og trykk *Enter*.

wxMaxima svarer: $8t - \frac{5}{3}$

Funksjonsdrøfting

For å kunne drøfte en funksjon må vi først derivere funksjonen og deretter faktorisere den deriverte. Begge disse operasjonene er lett tilgjengelige i wxMaxima:

Finn eventuelle topp og bunnpunkter til funksjonen

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 7$$

Løsning:

Skriv inn: $f(x) := 2x^3 - 3x^2 - 12x + 7$ og trykk *Enter*.

Skriv inn: $f'(x) = 0$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer $x = 2$ og $x = -1$. For å avgjøre hvilket punkt som er toppunkt og hvilket som er bunnpunkt, kan vi faktorisere den deriverte:

Skriv inn: $f'(x)$ og trykk *Faktoreris*. wxMaxima svarer: $2 \cdot 3(x - 2)(x + 1)$. Vi kan bruke dette til å tegne fortegnsskjema for å avgjøre hvilket punkt som er toppunkt og hvilket som er bunnpunkt, samt hvor funksjonen stiger og synker.

Tips: Med wxMaxima, kan man også lure seg unna fortegnsskjemaet ved å spørre direkte hvor grafen stiger og synker, slik:

Skriv inn: $f'(x) < 0$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer $x > -1$ og $x < 2$.

Skriv inn: $f'(x) > 0$ og trykk *Regn ut*. wxMaxima svarer $x < -1$ og $x > 2$.

Det betyr at grafen synker mellom $x = -1$ og $x = 2$ og stiger når $x < -1$ og når $x > 2$.